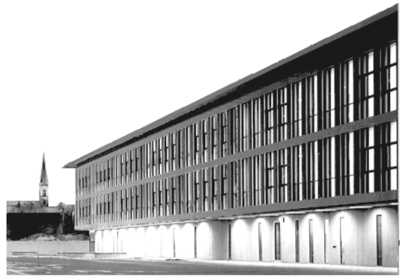
Gymnasium Eckental
Mathematisch-naturwissenschaftliches Gymnasium
Neusprachliches Gymnasium

Gymnasium Eckental   Neunkirchener Straße 1   90542 Eckental



Grundwissen

Jahrgangsstufe: 8 G8

1. Proportionalität

Die direkte Propotionalität:
Zwei Größen x und y heißen direkt proportional, wenn gilt:

a) Dem n-fachen der einen Größe wird das n-fache der anderen Größe zugeordnet.
b) Der Graph ist eine Gerade durch den Ursprung.
c) Der Quotient aus zwei zusammengehörigen Maßzahlen ist konstant (Quotientengleichheit).

$\frac{y}{x} = k$, bzw. $y = kx$

0,7 l einer Flüssigkeit wiegen 560 g. Wie viel wiegen 0,75 l? (600 g)

Ergänze die Wertetabelle so, dass sie zu einer direkten Proportionalität gehört und bestimme den Proportionalitätsfaktor k!

x	- 4	- 2		1	
y = f(x)	4,4		0		- 6,6

Die indirekte Proportionalität:
Zwei Größen x und y heißen indirekt proportional, wenn gilt:

a) Dem n-fachen der einen Größe entspricht der n-te Teil der anderen Größe.
b) Der Graph ist eine Hyperbel.
c) Das Produkt aus zwei zusammengehörenden Maßzahlen ist konstant (Produktgleichheit).

$xy = c$, bzw. $y = \frac{c}{x}$

Vervollständige die Tabellen so, dass sie jeweils zu einer indirekten Proportionalität gehören, finde eine anschauliche Bedeutung!

Menge je Becher (ml)	400	300			200
Anzahl der Becher	6		3	10	

Wassermenge pro s (in l)	0,25	0,2			0,1
Zeitdauer (in min)	20		5	40	

<u>Für Experten:</u>
In einer Fabrik soll ein 36,75 m hoher Schornstein gemauert werden. 4 Arbeiter mauern in 10 Stunden eine Höhe von 3,50 m. Wie viele Maurer werden benötigt, um den Kamin in 60 h fertig zu stellen? (7)

2. Funktionen

Funktionsbegriff:
Der Zusammenhang zwischen zwei Größen x und y lässt sich durch eine Zuordnung x $\mapsto$ y beschreiben. Wird jedem x dabei genau ein y zugeordnet, nennt man die Zuordnung **Funktion**.

Definitionsmenge $\mathbf{D_f}$:
Menge, aus der die Werte von x gewählt werden dürfen.

Wertemenge $\mathbf{W_f}$:
Menge der Werte, die sich durch Einsetzen der x-Werte in die Funktion ergeben.

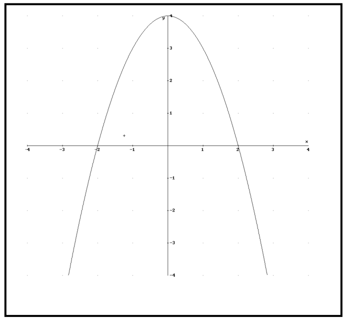
Nullstelle:
x-Wert, für den gilt: f(x) = 0

Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen:
mit der x-Achse: $(x_0/0)$ vgl. Nullstelle
mit der y-Achse: $(0/y_0)$

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^2 + 4$; $D_f = \mathbb{Q}$

Ergänze die Wertetabelle, zeichne den Graphen G_f und gib die Wertemenge an!

x	- 2	- 1	- 0,5	0	0,5	1	3
y = f(x)							



$W_f = [4; -\infty[$

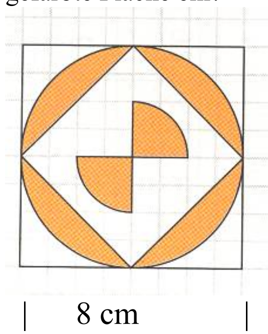
3. Umfang und Flächeninhalt des Kreises

Ein Kreis mit dem Radius r hat

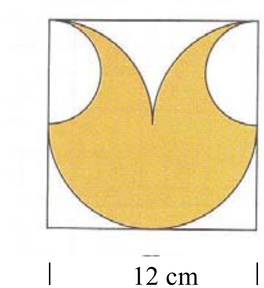
- den Umfang $U = 2r\pi$
- den Flächeninhalt $A = r^2\pi$

dabei ist $\pi \approx 3{,}14$ die Kreiszahl

Wie viel Prozent des Flächeninhalts des großen Quadrates nimmt die gefärbte Fläche ein?



Berechne die Umfangslänge der gefärbten Fläche!



4. Lineare Funktionen

Eine Funktion $f: x \mapsto mx + t$ mit $D_f = Q$ heißt lineare Funktion.
Der Graph G_f ist eine Gerade, m ist die Steigung, t ist der y – Achsenabschnitt.

Geradengleichung: y = mx + t

es gilt: $m = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

je größer | m | ist, desto steiler ist die Gerade
m > 0, die Gerade steigt
m < 0, die Gerade fällt
m = 0, die Gerade ist parallel zur y – Achse
Geraden mit gleicher Steigung m sind parallel.

Zur Ergänzung: falls $m_1 \cdot m_2 = -1$, dann gilt:
Die Geraden g_1 und g_2 sind senkrecht zueinander.

Ein Punkt P (x_P/y_P) liegt **auf** einer Geraden, falls $f(x_P) = y_P$
oberhalb, falls $f(x_P) < y_P$
unterhalb, falls $f(x_P) > y_P$

Schnittpunkte mit den Achsen:
Mit x-Achse: Setze y = 0, d.h. 0 = mx + t
Löse die Gleichung nach t auf
➔ S_1 (x_0/0)
Mit y-Achse: Setze x = 0, d.h. y = m·0 + t ➔ S_2 (0/t)

Aufstellen einer Geradengleichung durch einen oder zwei Punkte:
Bestimmung von m oder t, gegebenen Punkt in Gleichung einsetzen und nach fehlendem Parameter auflösen.

Zeichne in ein Koordinatensystem die Geraden g, h und k ein.
g: y = 0,2x – 2,5 h: y = 3x – 1 k: y = -x + 2

Bestimme m und t für g, h und k.

g: m = 0,2 t = - 2,5
h: m = 3 t = -1
k: m = -1 t = 2

Liegt C(- 1/- 4) auf h? ja, denn 3·(- 1) -1 = - 4 = y_C
Liegt $D(15/0{,}3)$ auf g? nein, denn 0,2·15 – 2,5 = 0,5 > y_D
d.h. D liegt unterhalb von g

Bestimme grafisch und rechnerisch die Schnittpunkte von g und k mit der x- bzw. y-Achse.
g: S_1 (12,5/0) S_2 (0/- 2,5) k: S_1 (2/0) S_2 (0/ 2)

Bestimme die Gleichung der Geraden p, die parallel zu h und durch den Punkt F (1/-5) verläuft!
m = 3; **- 5** = 3·**1**+ t ➔ t = -8 ➔ y = 3x – 8

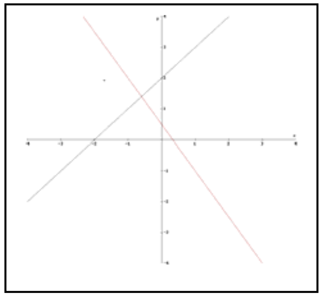
Erstelle die Gleichung der Geraden A durch A(4/1), B(-3/2)

$m = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \dfrac{1-2}{4-(-3)} = -\dfrac{1}{7}$; $1 = 4\cdot(-\dfrac{1}{7}) + t$ ➔ $t = 1\dfrac{4}{7}$

➔ $y = -\dfrac{1}{7}x + 1\dfrac{4}{7}$

<u>Bestimmung des Schnittpunktes zweier Geraden:</u> Geraden gleichsetzen, Gleichung nach x auflösen, dann y bestimmen.	l: $y = -x + 2$; p: $y = 3x - 8$ Bestimme die Koordinaten des Schnittpunkts der Geraden l und p. $-x + 2 = 3x - 8$ ➔ $x = 2{,}5$; $y = -0{,}5$ S (2,5/ - 0,5)

5. Lineare Gleichungssysteme

Lösen eines linearen Gleichungssystems mit zwei Variablen graphische und rechnerische Lösung <u>Graphisch :</u> Beide Gleichungen nach y auflösen, Geraden zeichnen, Schnittpunkt ablesen <u>Rechnerisch</u>: **Einsetzungsverfahren:** Eine Gleichung nach einer Variablen auflösen, einsetzen in die andere Gleichung, lösen der so erhaltenen Gleichung **Additionsverfahren:** Beide Gleichungen addieren, eine Variable sollte dabei wegfallen, sonst mit geeignetem Faktor zunächst multiplizieren.	I. $3x + 2y - 1 = 0$ II. $x - y + 2 = 0$  Graphisches Lösen. I. $y = -1{,}5x + 0{,}5$ II. $y = x + 2$ S (-0,6/1,4) Lösen mit dem Einsetzverfahren: I. $y = -1{,}5x + 0{,}5$ in II. II. $x - (-1{,}5x + 0{,}5) + 2 = 0$ $2{,}5x = -1{,}5$ $x = -0{,}6$ in I. $y = 0{,}9 + 0{,}5 = 1{,}4$ ➔IL = {(-0,6/1,4)} Lösen mit dem Additionsverfahren: I. $3x + 2y - 1 = 0$ <u>2II. $2x - 2y + 4 = 0$</u> I. + II. $5x + 3 = 0$ $x = -0{,}6$ in I. $-1{,}8 + 2y - 1 = 0$ $y = 1{,}4$ ➔IL = {(-0,6/1,4)}
Anzahl der Lösungen: Genau eine Lösung – die Geraden schneiden sich Keine Lösung – die Geraden sind echt parallel Unendliche viele Lösungen – die Geraden sind identisch, die Gleichungen unterscheiden sich nur durch einen Faktor	

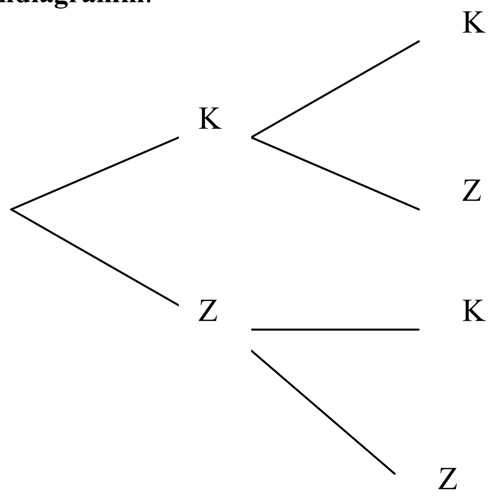
Anwendungsaufgaben	Stefan hat 3000 € zu einem Teil auf einem Sparkonto mit 2% Zinsen und den Rest auf einem Sparbuch mit 3,5% Zinsen angelegt. Am Ende des Jahres bekommt er insgesamt 78 € Zinsen. Wie hat er sein Geld aufgeteilt?
Variablen festlegen	x: Betrag Sparkonto y: Betrag Sparbuch
Gleichungen aufstellen	I. $x + y = 3000$ II. $0{,}02x + 0{,}035y = 78$
Gleichungen lösen Antwort	➔ x = 1800 €; y = 1200 € Er hat 1800 € auf dem Sparkonto und 1200 € auf dem Sparbuch angelegt.

6. Laplace-Wahrscheinlichkeiten

Ein Experiment, dessen Ausgang nicht vorhersagbar ist, nennt man **Zufallsexperiment**. Den Ausgang des Experiments nennt man **Ergebnis**. Ergebnismenge Ω: Die Menge aller möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments. (man spricht auch vom Ergebnisraum Ω)	Bsp.: Zweimaliges Werfen eines Würfels a) Notieren der Augen: ➔ $\Omega_a = \{ (1;1); (1;2); (1;3) \ldots; (6;6)\}$ $\lvert\Omega\rvert = 36$
Mächtigkeit einer Menge (z.B. $\lvert\Omega\rvert; \lvert A\rvert$): Anzahl der enthaltenen Elemente.	b) Notieren der Augensumme: ➔ $\Omega_b = \{ 2; 3; 4; \ldots;12\}$; $\lvert\Omega\rvert = 11$
Ereignis A: Kein, ein oder mehrere Ergebnisse werden zu einem Ereignis A zusammengefasst. Besteht das Ereignis nur aus einem einzigen Ergebnis, so nennt man dies **Elementarereignis**. Gegenereignis $\overline{A}$: Alle für ein Ereignis A ungünstige Ergebnisse. Das **Gegenereignis** $\overline{A}$ tritt ein, wenn A nicht eintritt. Es gilt: $\lvert A\rvert + \lvert\overline{A}\rvert = \lvert\Omega\rvert$	A: „Gerade Augensumme“ ➔ $A = \{2; 4; 6; \ldots; 12\}$; $\lvert A\rvert = 6$ $\overline{A}$: „Ungerade Augensumme“ ➔ $\overline{A} = \{3; 5; 7; \ldots; 11\}$; $\lvert\overline{A}\rvert = 5$

<u>Sicheres Ereignis:</u> Ein Ereignis, für das alle Ergebnisse des Zufallsexperiments günstig sind. Es gilt: $A = \Omega$	B: „Augensumme kleiner als 13“ ➔ B = {2; 3; 4; ……; 12} = Ω
<u>Unmögliches Ereignis:</u> Ein Ereignis, das bei diesem Zufallsexperiment nicht eintreten kann. Es gilt: $A = \{\ \}$	C: „Augensumme zweistellige Quadratzahl“ ➔ C = { }
<u>Wahrscheinlichkeit:</u> (vgl. 6. Klasse) Jedem Ereignis A wird eine Wahrscheinlichkeit P(A) zwischen null und eins zugeordnet.	
<u>Laplace-Experiment:</u> Ein Zufallsexperiment, bei dem alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind. Hat ein Laplace-Experiment n Ergebnisse, so ist die Wahrscheinlichkeit für jedes Ergebnis jeweils $\frac{1}{n}$.	Bsp.: Werfen eines Würfels ➔ $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5, 6\}$; $\lvert\Omega\rvert = 6$ $P(\{1\}) = \frac{1}{6} = P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = P(\{5\}) = P(\{6\})$
<u>Laplace-Wahrscheinlichkeit:</u> Für Laplace-Experimente gilt: $P(A) = \frac{\text{Anzahl der für A günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}} = \frac{\lvert A\rvert}{\lvert\Omega\rvert}$	A: „Quadratzahl“ ➔ A = {1; 4} ; $\lvert A\rvert = 2$ $P(A) = \frac{\lvert A\rvert}{\lvert\Omega\rvert} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
Ist $P(A)$ die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses A, so gilt für die des Gegenereignisses $\overline{A}$: $P(A) = 1 - P(A)$ außerdem: $P(\Omega) = 1$ und $P(\{\ \}) = 0$	
<u>Zählprinzip:</u> Zieht man aus k verschiedenen Mengen mit $m_1, m_2, \dots m_k$ verschiedenen Elementen jeweils ein Element, so gibt es insgesamt $m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_k$ Möglichkeiten.	Sandra hat für eine Party 4 Hosen, 3 T-Shirts und 2 Paar Schuhe zur Auswahl, wie viele Kombinationsmöglichkeiten hat sie? $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$, die Wahrscheinlichkeit, dass sie <u>zufällig</u> ein bestimmtes Outfit auswählt ist $\frac{1}{24}$. **Weitere Aufgaben:**

Zur besseren Veranschaulichung und zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten von mehrstufigen Experimenten (z.B. zweimaliges Werfen) dient das **Baumdiagramm**.



1) Eine Münze wird zweimal geworfen.
   a) Gib den Ergebnisraum des Experimentes an!

   b) Gib die Ergebnisse der folgenden Ereignisse als Menge an!
      E_1: „Genau einmal Zahl“ $E_1 =$
      E_2: „Zweimal Wappen“ $E_2 =$

   c) Gib jeweils das Gegenereignis in Worten an:
      E_3: „Keinmal Zahl“
      E_4: „Höchstens einmal Zahl“
      E_5: „ kein Wappen“

   d) Bestimme jeweils die Wahrscheinlichkeit für die Ereignisse $E_1 \ldots E_5$ aus den Aufgaben b und c

2) Aus einer Urne mit 4 roten, 3 grünen und einer blauen Kugel werden nacheinander drei Kugeln gezogen. Zeichne hierfür ein Baumdiagramm.

3) Bei welchem „Experiment“ handelt es sich um ein Laplace-Experiment?
   - Ziehen eines Gummibärchens aus einer Tüte mit verschiedenfarbigen Gummibärchen
   - Werfen eines Würfels unter Beachtung ob die Zahl gerade oder ungerade ist
   - Werfen zweier Würfel und Bestimmung der Summe der beiden geworfenen Augenzahlen

4) Welches Ereignis ist wahrscheinlicher?
   Mit einem Würfel eine 6 zu werfen oder mit zwei Würfeln einen Pasch zu werfen.

7. Rechnen mit Bruchtermen

Rechnen mit Bruchtermen	
• <u>Erweitern</u> Beim Erweitern werden Zähler und Nenner eines Bruchsterms mit der gleichen Zahl bzw. mit dem gleichen Term multipliziert	$\frac{2}{x-1} = \frac{2x}{(x-1)\cdot x}$; der linke Bruchterm wurde mit x erweitert.
• <u>Kürzen</u> Beim Kürzen werden der Zähler und der Nenner eines Bruchterms durch die gleiche Zahl bzw. durch den gleichen Term dividiert.	$\frac{2x}{x(x-1)} = \frac{2}{x-1}$; der linke Bruchterm wurde mit x gekürzt.
• <u>Addieren und Subtrahieren von Bruchtermen</u> Gleichnamige Bruchterme werden addiert (subtrahiert), indem man ihre Zähler addiert (subtrahiert) und den gemeinsamen Nenner beibehält.	$\frac{6}{x-3} - \frac{4}{x-3} = \frac{2}{x-3}$
Ungleichnamige Bruchterme müssen vor dem Addieren (Subtrahieren) auf den gleichen Nenner gebracht werden (meist durch Erweitern).	$\frac{3}{y} + \frac{7}{2y} = \frac{3\cdot 2}{2y} + \frac{7}{2y} = \frac{13}{2y}$
• <u>Multiplizieren und Dividieren von Bruchtermen</u> Bruchterme werden miteinander multipliziert, indem man das Produkt ihrer Zähler durch das Produkt ihrer Nenner dividiert.	$\frac{x-3}{x} \cdot \frac{x-1}{x-3} = \frac{(x-3)\cdot(x-1)}{x\cdot(x-3)} = \frac{x-1}{x}$ (ans Kürzen denken!!)
Ein Bruchterm wird durch einen zweiten Bruchterm dividiert, indem man den ersten Bruchterm mit dem Kehrbruch des zweiten multipliziert.	$\frac{x-4}{x} : \frac{x-4}{x+2} = \frac{x-4}{x} \cdot \frac{x+2}{x-4} = \frac{(x-4)\cdot(x+2)}{x\cdot(x-4)} = \frac{x+2}{x}$

<table>
<tr>
<td>

Bruchgleichungen:

Rechnerische Lösung:

1. Bestimme die Definitionsmenge der Bruchgleichung
2. Faktorisiere alle Nenner so weit wie möglich und kürze gegebenenfalls
3. Multipliziere die Bruchgleichung mit dem Hauptnenner
4. Kürze so weit wie möglich (jetzt dürfen keine Brüche mehr auftauchen!!)
5. Löse diese neue Gleichung wie gewohnt
6. Bestimme die Lösungsmenge (gleiche mit der Definitionsmenge ab)

</td>
<td>

$$\frac{3}{2-x} = \frac{x}{2x-4} \quad ;$$

$$ID = Q \setminus \{2\}$$

$$\frac{3}{2-x} = \frac{x}{-2\cdot(2-x)} \quad \Big| \cdot 2\cdot(2-x)$$

$$\frac{3\cdot 2\cdot(2-x)}{2-x} = \frac{x\cdot 2\cdot(2-x)}{-2\cdot(2-x)}$$

$$6 = -x$$
$$x = -6$$

$$IL = \{-6\}$$

Löse die Gleichung nach g auf!

$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \qquad | \cdot bfg$ multipliziere mit dem Hauptnenner

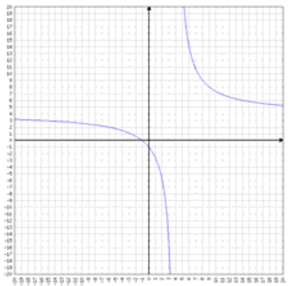
$bf + fg = bg \qquad | -fg$ sortieren und ausklammern

$bf = g(b-f) \quad | : (b-f)$

$\frac{bf}{b-f} = g \;;\; \Rightarrow \quad g = \frac{bf}{b-f}$

</td>
</tr>
</table>

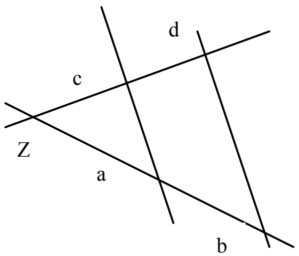
8. Gebrochen-rationale Funktionen

Gebrochen rationale Funktionen Eine Funktion, deren Funktionsterm ein Bruchterm ist, nennt man gebrochen rationale Funktion.	z.B. $f: x \mapsto \frac{3}{x-2}$; $\quad g: k \mapsto \frac{4+k}{k^2-4}$
Definitionslücken Alle Zahlen, für die der Nenner null wird, können nicht zur Definitionsmenge der Funktion gehören, man spricht von Definitionslücken.	Bei $g: x \to \frac{4+4x}{x-4}$ gilt: $x \neq 4$ somit ist $D = Q \setminus \{4\}$. x = 4 ist eine Definitionslücke von g.
Zur Ergänzung: Asymptoten Eine Gerade, der sich der Graph einer Funktion beliebig genau annähert, nennt man eine Asymptote des Funktionsgraphen. Senkrechte Asymptote: Gerade durch die Definitionslücke Waagrechte Asymptote: Der Graph nähert sich der Gerade y = a	Die Gerade x = 4 ist senkrechte Asymptote. $y = \frac{4+4x}{x-4}$ ist gleichbedeutend mit $y = \frac{\frac{4}{x}+4}{1-\frac{4}{x}}$ bzw. $y = 4 + \frac{20}{x-4}$ Für betragsmäßig große x nähern sich die y-Werte der Zahl 4. y = 4 ist somit waagrechte Asymptote.
Nullstellen Die Nullstellen einer gebrochen rationalen Funktion entsprechen den Nullstellen des Zählers.	Die Nullstelle der Funktion liegt bei x = -1. (Nullstelle des Zählers!) Graph der Funktion $g: x \to \frac{4+4x}{x-4}$: 
Wichtige Funktionen und ihre Graphen 1. $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$, der Graph ist punktsymmetrisch zum Ursprung. 2. $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $x \neq 0$, der Graph ist achsensymmetrisch zur y-Achse. 3. $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$, $x \neq 0$, G_f entspricht dem 1. um 2 nach oben verschoben. 4. $f(x) = \frac{1}{x-3}$, $x \neq 3$, G_f entspricht dem 1. um 3 nach rechts verschoben.	

9. Strahlensätze, Zentrische Streckung, Ähnlichkeit

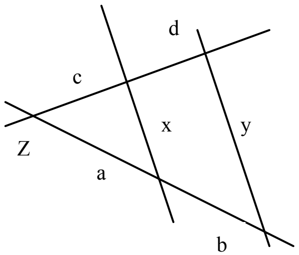
Strahlensätze (Berechnungen an V- und X-Figur)
Werden zwei sich in Z schneidende Geraden von zwei Parallelen geschnitten, so gilt:

1. Es verhalten sich je 2 Abschnitte auf der einen Geraden wie die entsprechenden Abschnitte auf der anderen Geraden.



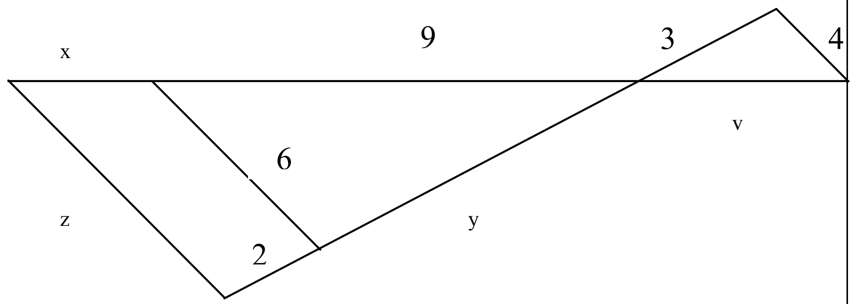
$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d};\quad \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}+\mathrm{b}}=\frac{d}{c+d}$$

2. Es verhalten sich die Abschnitte auf den Parallelen wie die von Z aus gemessenen Abschnitte auf der einen Geraden.



$$\frac{a}{x}=\frac{a+b}{y};\quad \frac{\mathrm{y}}{\mathrm{c}+\mathrm{d}}=\frac{x}{c}$$

Berechne alle fehlenden Strecken!



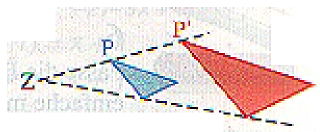
Tipp:
Gesuchte Strecke als Zähler!

$$\frac{y}{6}=\frac{3}{4};\Rightarrow y=\frac{18}{4}=4{,}5 \qquad \frac{v}{3}=\frac{9}{4{,}5};\Rightarrow v=\frac{27}{4{,}5}=6$$

$$\frac{x}{2}=\frac{9}{4{,}5};\Rightarrow x=\frac{18}{4{,}5}=4 \qquad \frac{z}{4+9}=\frac{6}{9};\Rightarrow z=\frac{13\cdot 6}{9}=\frac{26}{3}$$

Zentrische Streckung:
Bei einer zentrischen Streckung wird eine Figur maßstäblich verkleinert bzw. vergrößert. Man benötigt dazu ein Streckungszentrum Z und einen Streckungsfaktor k ($k\neq 0$) .
Für einen Bildpunkt P´ zu einem Punkt P ($P\neq Z$) gilt:

1. P´ liegt auf der von Z ausgehenden Halbgeraden durch P
2. $\overline{ZP'}=k\cdot\overline{ZP}$



<u>Folgerungen bei der Zentrischen Streckung:</u>

- Strecke und Bildstrecke sind zueinander parallel

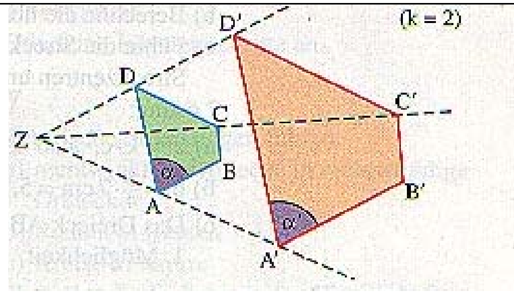
  z.B.: $[A'B'] \parallel [AB]$

- Jede Bildstrecke ist k-mal so lang wie die Originalstrecke

  z.B.: $\overline{A'B'} = 2 \cdot \overline{AB}$

- Entsprechende Winkel sind gleich groß, z.B.: $\alpha' = \alpha$
- Die Bildfigur hat den k^2-fachen Flächeninhalt der Originalfigur,

  z.B. $A_{A'B'C'D'} = 2^2 \cdot A_{ABCD}$



Ähnlichkeit:

Geht eine Figur F mittels einer zentrischen Streckung aus einer Figur G hervor, so nennt man beide zueinander <u>ähnliche</u> Figuren (F ~ G).

Für ähnliche Figuren F und G gilt:

- Entsprechende Strecken haben das gleiche Längenverhältnis,

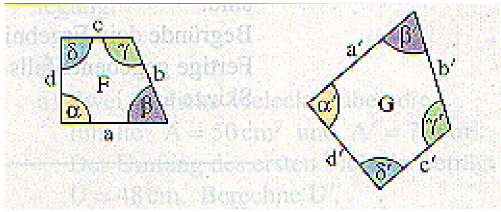
  $a' : a = b' : b = c' : c = \ldots = k$

- Entsprechende Winkel sind gleich groß.

  $\alpha' = \alpha;\ \beta' = \beta;\ \gamma' = \gamma;\ \ldots$

- Sind die Seitenlängen der Figur G k-mal so lang wie die von F, so ist der Flächeninhalt von G k^2-mal so groß wie der von F.

  $A_G = k^2 \cdot A_F$



<u>Ähnlichkeitssätze für Dreiecke:</u>

Dreiecke sind bereits dann ähnlich,

- wenn sie in zwei (und damit in allen drei) Winkeln übereinstimmen (WW-Satz)
- oder wenn sie im Verhältnis ihrer Seiten übereinstimmen (S:S:S-Satz)

10. Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

Eine Potenz ist eine Kurzschreibweise für Produkte aus lauter gleichen Faktoren:	
Definition: $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots\ldots \cdot a}_{n\ Faktoren} = a^n$ a ist die Basis, n der Exponent	Z.B.: $7^4 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ $\quad (-2b)^3 = (-2b) \cdot (-2b) \cdot (-2b)$
Für $a \in Q \setminus \{0\}; n \in IN$ **gilt:** $a^1 = a$; $\quad a^0 = 1$ $\quad$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$7^1 = 7$; $\quad 7^0 = 1$; $\quad 7^{-3} = \frac{1}{7^3}$ $(8c^2)^1 = 8c^2$; $\quad (8c^2)^0 = 1$; $\quad (-3a)^{-2} = \frac{1}{(-3a)^2} = \frac{1}{9a^2}$
Beachte: Klammern werden zuerst ausgerechnet. Innerhalb von Klammern oder, wenn Klammern fehlen, gilt: Potenzrechnung vor Punktrechnung; Punktrechnung vor Strichrechnung.	$-5^4 = -(5^4) = -5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = -625$ aber: $(-5)^4 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = 625$
Potenzgesetze: Potenzen mit **gleicher Basis** werden multipliziert (dividiert), indem man die Exponenten addiert (subtrahiert) $x^p \cdot x^q = x^{p+q}$ **;** $x^p : x^q = x^{p-q}$	Bsp.: $7^4 \cdot 7^6 = 7^{10}$ $\quad x^4 \cdot x^5 = x^9$ $(-a)^{1+n} \cdot (-a)^{4-2n} = (-a)^{1+n+4-2n} = (-a)^{5-n}$ $9^8 : 9^3 = 9^5$ $\quad z^4 : z^6 = z^{-2} = \frac{1}{z^2}$ $(-a)^{1+n} : (-a)^{4-2n} = (-a)^{1+n-(4-2n)} = (-a)^{-3+3n}$
Zur Ergänzung: Potenzen mit **gleichen Exponenten** werden multipliziert (dividiert), indem man die Basen multipliziert (dividiert) und die Exponenten beibehält. $x^q \cdot y^q = (xy)^q$; $x^p : y^p = \left(\frac{x}{y}\right)^p$ $\quad$ mit $x, y \in Q \setminus \{0\}; p, q \in Z$	$7^4 \cdot 2^4 = 14^4$ $\quad x^3 \cdot 2^3 = (2x)^3$ $8^8 : 2^8 = 4^8$ $\quad 9^{-1} : 3^{-1} = (9:3)^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$ $\quad y^8 : z^8 = \left(\frac{y}{z}\right)^8$
Eine Potenz wird potenziert, indem man die Exponenten multipliziert und die Basis beibehält. $(x^p)^q = x^{pq}$ $\quad x \in Q \setminus \{0\}; p, q \in Z$	$(a^5)^3 = a^{15}$

Gleitkommadarstellung von großen und sehr kleinen Zahlen	$14000000000 \cdot 365{,}25 \cdot 86400 = 1{,}4 \cdot 10^{10} \cdot 3{,}6525 \cdot 10^{2} \cdot 8{,}64 \cdot 10^{4}$ $\approx 44{,}2 \cdot 10^{16} = 4{,}42 \cdot 10^{17}$ (Sekunden seit dem Urknall) $\frac{2{,}00 \cdot 10^{30}}{1{,}6725 \cdot 10^{-27}} = \quad \approx 1{,}20 \cdot 10^{57}$ (ursprüngliche Anzahl von Protonen in der Sonne)