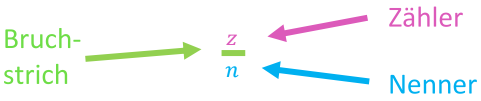
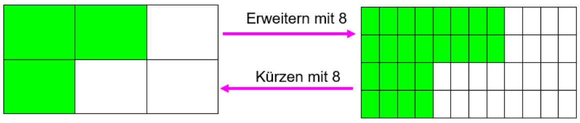
Grundwissen Mathematik Klasse 6 Lehrplan Plus

Grundwissen M 6	Aufgaben und Beispiele
Brüche und Anteile Mit Hilfe von Brüchen kann man Anteile eines Ganzen darstellen. Die Schreibweise für einen Bruchteil heißt Bruch.  Der Zähler gibt an, wie viele gleich große Teile gezählt werden. Der Nenner gibt an, in wie viele gleich große Teile das Ganze unterteilt wird. Beachte: Der Nenner darf nicht Null sein.	
Brüche dienen auch zur Angabe von Rechenanweisungen. Der Nenner gibt die Anweisung zum Dividieren, der Zähler zum Multiplizieren. Man erhält einen Bruchteil. $\underbrace{\frac{3}{4}}_{\text{Anteil}}\ von\ \underbrace{\mathbf{100}\ \boldsymbol{kg}}_{\text{Ganzes}} = \underbrace{\mathbf{75}\ \boldsymbol{kg}}_{\text{Bruchteil}}$	„davon $\frac{3}{4}$" bedeutet: Dividiere eine Zahl (Größe) durch 4, multipliziere das Ergebnis mit 3.
Berechnung eines Bruchteils Bei der Berechnung eines Bruchteils von einer Zahl (Größe) wird diese durch den Nenner des Bruches dividiert und mit dem Zähler multipliziert. Dabei dürfen wir die Reihenfolge vertauschen.	Wie viel sind $\frac{6}{15}$ von 25 €? $\frac{6}{15}$ von 25€ = $(25€ \cdot 6): 15 = 150€ : 15 = 10€$
Berechnung eines Anteils Bei der Berechnung eines Anteils dividiert man den Bruchteil durch das Ganze. Beachte: Bei Größen müssen Zähler und Nenner die gleiche Einheit besitzen!	Welchen Anteil haben 24kg an 55kg? Der Anteil ist also $\mathbf{\frac{24}{55}}$ (Lies: 24 kg sind $\frac{24}{55}$ von 55 kg)
Berechnung des Ganzen Um bei einem gegebenen Bruch und des entsprechenden Bruchteils das Ganze zu ermitteln, wird der Bruchteil durch den Zähler dividiert und mit dem Nenner multipliziert. Dabei dürfen wir die Reihenfolge vertauschen.	45km sind $\frac{3}{4}$ der gesamten Strecke. Wie lang ist die gesamte Strecke? Man ermittelt zunächst $\frac{1}{4}$ des Ganzen (45km : 3 = 15km) und berechnet dann hieraus $\frac{4}{4}$, also das Ganze (15km·4=60km) Die gesamte Strecke ist also 60km.
Erklärvideo: Zum Aufrufen des Videos entweder auf den folgenden Link klicken oder den nebenstehenden QR-Code einscannen. https://youtu.be/a-LIqIWRfdA	

Kürzen und Erweitern

Der Wert eines Bruches ändert sich nicht, wenn wir Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplizieren (erweitern) oder durch dieselbe Zahl dividieren (kürzen). Diese Zahl darf nicht Null sein.



Haben Zähler und Nenner keinen weiteren gemeinsamen Teiler, ist der Bruch vollständig gekürzt**.**

Vereinbarung: In Ergebnissen sind Brüche stets vollständig gekürzt anzugeben.

$$\frac{1}{3} \overset{2}{=} \frac{2}{6} \overset{5}{=} \frac{10}{30} \underset{10}{=} \frac{1}{3}$$

$$\frac{126}{210} = \frac{\boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdot 3 \cdot \boxed{7}}{\boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdot 5 \cdot \boxed{7}} = \frac{3}{5}$$

Einteilung der Bruchzahlen

Zahlen, die man durch Brüche angeben kann, heißen Bruchzahlen. Eine Bruchzahl kann durch verschiedene wertgleiche Brüche angegeben werden.

$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{75}{100}$

Jede natürliche Zahl ist auch eine Bruchzahl. Brüche, die gekürzt eine ganze Zahl ergeben, heißen Scheinbrüche.

$1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2},\ 2 = \frac{4}{2},\ 5 = \frac{5}{1}$

Alle Brüche die auf dem Zahlenstrahl zwischen 0 und 1 stehen, also die Brüche, deren Zähler kleiner ist als der Nenner, heißen echte Brüche.

$\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{17}{25}; \dots$

Alle Brüche, deren Zähler gleich 1 ist, heißen Stammbrüche.

$\frac{1}{1}; \frac{1}{8}; \frac{1}{99}; \dots$

Brüche, deren Zähler betragsmäßig größer ist als der Nenner, heißen unechte Brüche. Unechte Brüche lassen sich in gemischte Zahlen umformen und umgekehrt.

$\frac{3}{2}; \frac{7}{4}; \frac{25}{7}; \dots$

$\frac{3}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

$\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}; \frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}; \dots$

A1: Schreibe $\frac{25}{3}$ als gemischte Zahl!

A2: Schreibe $4\frac{5}{8}$ als unechten Bruch!

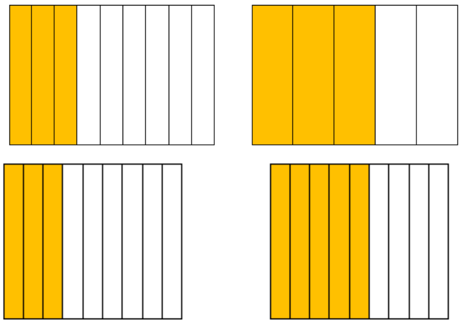
L1: $\frac{25}{3} = \frac{24}{3} + \frac{1}{3} = 8 + \frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}$

L2: $4\frac{5}{8} = 4 + \frac{5}{8} = \frac{32}{8} + \frac{5}{8} = \frac{37}{8}$

Vergleichen von Bruchzahlen

a) … mit gleichem Zähler:
Wenn zwei positive Brüche im Zähler übereinstimmen, dann ist der Bruch größer, der den kleineren Nenner hat.

b) … mit gleichem Nenner:
Wenn zwei positive Brüche im Nenner übereinstimmen, dann ist der Bruch größer, der den größeren Zähler hat.



$\frac{3}{9} < \frac{3}{5}$

$\frac{3}{9} < \frac{5}{9}$

c) … wenn Zähler und Nenner unterschiedlich sind:
Zum Vergleichen dieser Bruchzahlen …

- … vergleichen wir alle Brüche mit einer dritten Zahl.

$\frac{5}{6}$ und $\frac{4}{5}$

Wir betrachten jeweils, wie viel zum Ganzen fehlt: Bei $\frac{5}{6}$ fehlt nur $\frac{1}{6}$ zur 1, bei $\frac{4}{5}$ fehlt dagegen $\frac{1}{5}$ zur 1. Da $\frac{1}{5} > \frac{1}{6}$ ist, ist $\frac{5}{6}$ also näher an der 1 und damit größer als $\frac{4}{5}$.

- … wandeln wir beide Brüche in Dezimalzahlen um.

$\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5}$

$\frac{3}{4} = 0{,}75$ und $\frac{4}{5} = 0{,}8$

0,75 < 0,8 also ist $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$.

- … bringen wir sie durch Erweitern und/oder Kürzen auf den gleichen Zähler und vergleichen die Nenner (siehe a).
- … bringen wir sie durch Erweitern und/oder Kürzen auf den gleichen Nenner, und vergleichen die Zähler (siehe b).

A: Ordne die Brüche der Größe nach: Beginne mit dem Größten: $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{7}{8}$

L: $\frac{7}{8} > \frac{3}{4} > \frac{5}{8} > \frac{1}{2} > \frac{1}{4}$

Der Hauptnenner

Das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der Nenner von zwei oder mehreren vollständig gekürzten Brüchen heißt Hauptnenner (HN). Um Brüche gleichnamig zu machen, bringen wir sie am besten auf den Hauptnenner.

Erweitere die Brüche $\frac{29}{126}$ und $\frac{71}{78}$ auf ihren Hauptnenner.
ges.: kgV von 126 und 78

Zerlegung der Nenner in ihre Primfaktoren: Jedes Vielfache einer Zahl enthält alle Primfaktoren und noch weitere. Das kgV muss also **alle** Primfaktoren **jeder** Zahl enthalten.

$$\begin{array}{r} 78 = 2\cdot 3\cdot 13 \\ 126 = 2\cdot 3\cdot 3\cdot 7 \\ \hline kgV(78;126) = 2\cdot 3\cdot 3\cdot 7\cdot 13 = 1638 \end{array}$$

Die Faktoren für die Erweiterung sind damit durch „abdecken“ leicht erkennbar:

$\frac{71}{78}$ muss erweitert werden mit $\boxed{2\cdot 3\cdot}\,3\cdot 7\,\boxed{\cdot 13}$

also $\frac{71}{78} \overset{21}{=} \frac{1491}{1638}$

$\frac{29}{126}$ muss erweitert werden mit $\boxed{2\cdot 3\cdot 3\cdot 7\cdot}\,13$

also $\frac{29}{126} \overset{13}{=} \frac{377}{1638}$

A: Ordne die Brüche $\frac{7}{12}, \frac{2}{9}$ und $\frac{5}{6}$ mit Hilfe des Hauptnenners der Größe nach. Beginne mit dem kleinsten Bruch.

L: $kgV(6,9,12) = 36$

$\frac{7}{12} = \frac{21}{36}, \frac{2}{9} = \frac{8}{36}$ und $\frac{5}{6} = \frac{30}{36}$

Da $\frac{8}{36} < \frac{21}{36} < \frac{30}{36}$ ist, ist auch $\frac{2}{9} < \frac{7}{12} < \frac{5}{6}$

Zahlenmengen

$\mathbb{N} = \{1; 2; 3 \ldots\}$ Menge der natürlichen Zahlen

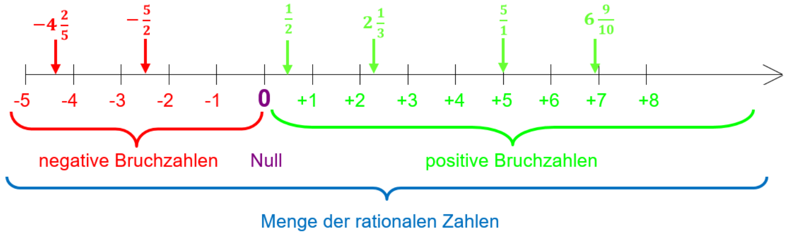
$\mathbb{N}_0 = \{0; 1; 2; 3 \ldots\}$ Menge der natürlichen Zahlen mit der Null

$\mathbb{Z} = \{\ldots -2;\ -1; 0; 1; 2 \ldots\}$ Menge der ganzen Zahlen

$\mathbb{Q} = \left\{\ldots; -2; -1{,}5; -1; -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{3}; 1; 2; 3\frac{1}{5} \ldots\right\}$ Menge der rationalen Zahlen

Rationale Zahlen

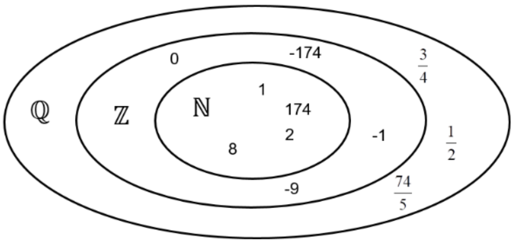
Die Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen enthält alle ganzen Zahlen und alle Bruchzahlen.



Auch weiterhin gilt:
Der Betrag einer rationalen Zahl ist ihr Abstand zur Zahl 0:

z.B. $\left|-\frac{9}{4}\right| = \left|+\frac{9}{4}\right| = \frac{9}{4}$

Anordnung rationaler Zahlen: Liegt a auf der Zahlengeraden weiter links von b gilt: a < b



A: Ordne folgende Zahlen der jeweils kleinstmöglichen Zahlenmenge zu:

$-34; \frac{1}{3};\ 5;\ -\frac{7}{5}; 3279; 0;\ \frac{28}{47}$

L: $\left\{-\frac{7}{5}; \frac{28}{47}; \frac{1}{3}\right\} \in \mathbb{Q}$ $\quad\{-34; 0\} \in \mathbb{Z}$ $\quad\{5; 3279\} \in \mathbb{N}$

$\frac{8}{4} = 8{:}\,4 = 2 \in \mathbb{N}$

$\frac{-8}{4} = -\frac{8}{4} = (-8){:}\,4 = -2 \in \mathbb{Z}$

$3{:}\,(-8) = \frac{3}{-8} = -\frac{3}{8} \in \mathbb{Z}$

Aber: $(-3){:}\,(-8) = \frac{-3}{-8} = \frac{3}{8} \notin \mathbb{N}$

Bruchzahlen als Werte von Quotienten

Jede rationale Zahl lässt sich als Quotient zweier ganzer Zahlen auffassen: $\frac{a}{b} = a : b \quad für\ a, b\ \in \mathbb{Z}$. Bei Scheinbrüchen geht die Division auf.

Es gilt die Vorzeichentabelle

$\cdot$ / :	+	-
+	+	-
-	-	+

Dezimalbrüche

Alle Brüche lassen sich als Dezimalbrüche schreiben. Die Dezimalschreibweise ist nur eine andere Schreibweise für Brüche mit den Nennern 10; 100; 1000; …

$\frac{7}{10} = 0{,}7 \qquad \frac{13}{1000} = 0{,}013 \qquad \frac{3451}{1000} = 3{,}451$

Das Komma bei Dezimalzahlen („Kommazahlen") trennt die Ganzen von den Teilen eines Ganzen. Die Ziffern rechts vom Komma werden Nachkommastellen (Dezimalstellen) genannt. Man kann Dezimalzahlen auch in einer Stellenwerttafel darstellen.

… H Z E , z h t …

	H Hunderter	Z Zehner	E Einer	,	z Zehntel	h Hundertstel	t Tausendstel	zt Zehntausendstel	Dezimalzahl
$\frac{24}{1000}$			0	,	0	2	4		0,024
$\frac{456}{10}$		4	5	,	6				45,6
$\frac{271}{10000}$			0	,	0	2	7	1	0,0271

Wir unterscheiden endliche und unendliche Dezimalbrüche.

Wiederholt sich in einem unendlichen Dezimalbruch eine Zifferngruppe immer wieder, so heißt dieser periodischer Dezimalbruch. Man markiert die Zifferngruppe mit einem Querstrich über diesen Ziffern.

$0{,}3474747\ldots = 0{,}3\overline{47}$

Lies: „Null Komma Drei Periode Vier Sieben"

Wichtige Dezimalbrüche:

Bruch	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{1}$
Dezimalzahl	0,05	0,1	$0,\overline{1}$	0,125	0,2	0,25	$0,\overline{3}$	0,5	0,75	1

Dezimalbrüche runden

Ist die erste weggelassene Ziffer 0, 1, 2, 3, 4, so wird abgerundet,
ist sie 5, 6, 7, 8, 9, so wird aufgerundet.

Beim Runden auf eine bestimmte Stelle, darf die Null, sollte sie an dieser Stelle stehen, **NICHT** weggelassen werden! Sie gibt die Genauigkeit der Rundung an.

Runde die Dezimalzahl 1,3049 auf Zehntel, Hundertstel und auf Tausendstel

Auf Zehntel	$1{,}3049 \approx 1{,}3$
Auf Hundertstel	$1{,}3049 \approx 1{,}30$
Auf Tausendstel	$1{,}3049 \approx 1{,}305$

Vergleichen von Dezimalbrüchen Es gilt weiterhin: Diejenige Zahl ist die kleinere, die weiter links auf der Zahlengeraden steht. Wir vergleichen Dezimalbrüche mit gleichem Vorzeichen, indem wir von links nach rechts die Ziffern an den entsprechenden Stellen vergleichen. Die erste unterschiedliche Ziffer entscheidet. Bei negativen Dezimalbrüchen ist derjenige größer, der den kleineren Betrag hat!	2,55563 und 2,55543 2,55563 > 2,55543 **A:** Vergleiche - 2,853 und - 2,849 L: Bei negativen Brüchen ist die Zahl mit der ***größeren*** Ziffer kleiner. Also -2,853 < -2,849
Brüche in Dezimalbrüche umwandeln und umgekehrt **a) Umwandeln eines vollständig gekürzten Bruches in einen Dezimalbruch** - Erweitern/Kürzen auf eine Stufenzahl im Nenner - Division $Zähler: Nenner$ **b) Umwandeln eines Dezimalbruches in einen Bruch** - Endliche Dezimalbrüche: Der Zähler eines solchen Bruchs ist die auf den Nachkommastellen stehende Zahl. Der Nenner ist die Stufenzahl, die so viele Nullen hat, wie der Dezimalbruch Nachkommastellen. - Unendliche periodische Dezimalbrüche: Der Zähler eines solchen Bruches ist die auf den Nachkommastellen stehende Zahl. Der Nenner besteht aus so vielen 9er Ziffern, wie die Periode lang ist.	$\frac{9}{10} = 0{,}9$ $\frac{3}{8} = \frac{375}{1000} = 0{,}375$ $\frac{9}{8} = 9:8$ 9 : 8 = 1,125 -8 10 - 8 20 -16 40 -40 0 Komma setzen, sobald die erste Null zusätzlich (nach dem Komma) heruntergezogen werden muss! 1 : 9 = 0,111…= $0,\overline{1}$ Man ergänzt das Ergebnis dann mit dem Periodenstrich -0 10 -9 10 → hier ist die Periode bereits erkennbar! -9 10 -9 10… Bei jedem Divisionsschritt entsteht der selbe Rest. $0{,}123 = \frac{123}{1000}$ $0,\overline{45} = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$ **A**: Wandle in die jeweils andere Schreibweise um: $8\frac{16}{200}$; $0{,}389$; $11\frac{11}{55}$; $0,\overline{5}$; $\frac{377}{1624}$ L: $8\frac{16}{200} = 8\frac{8}{100} = 8{,}08$ $0{,}389 = \frac{389}{1000}$ $11\frac{11}{55} = 11\frac{1}{5} = 11{,}2$ $0,\overline{5} = \frac{5}{9}$ $\frac{377}{1624} = \frac{13}{56} = 13:56 = 0{,}2321428571$

Addition und Subtraktion von Brüchen

Mache Brüche gleichnamig. Addiere oder subtrahiere dann die Zähler und behalte den gemeinsamen Nenner bei.

$$\frac{7}{12} - \frac{3}{5} = \frac{35}{60} - \frac{36}{60} = -\frac{1}{60}$$

A1: $\frac{3}{7} + \frac{5}{21}$ **A2:** $\frac{5}{6} - \frac{8}{15}$

Nutze Rechenvorteile!

$$\frac{3}{8} - \frac{4}{9} + \frac{5}{8} = \frac{3}{8} + \frac{5}{8} - \frac{4}{9} = \frac{8}{8} - \frac{4}{9} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

A3: $\frac{2}{7} + \frac{4}{3} - \frac{6}{7}$

Addition und Subtraktion gemischter Zahlen

1. Möglichkeit: Wandle die gemischten Zahlen in Brüche um.

$$8\frac{1}{7} - 5\frac{2}{7} = \frac{57}{7} - \frac{37}{7} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7}$$

2. Möglichkeit: Addiere oder subtrahiere die Ganzen und die Brüche getrennt voneinander.
Beachte: Bei der Subtraktion muss bei Bedarf ein Ganzes des Minuenden in einen Bruch umgewandelt werden.

$$8\frac{1}{7} - 5\frac{2}{7} = 7\frac{8}{7} - 5\frac{2}{7} = 7 - 5 + \frac{8}{7} - \frac{2}{7} = 2\frac{6}{7}$$

A4: $3\frac{4}{5} - 2\frac{1}{5}$

A5: $6\frac{8}{11} - 4\frac{10}{11}$

Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen

Erzeuge die gleiche Anzahl von Nachkommastellen durch Anhängen von Nullen. Addiere oder subtrahiere dann stellenweise.

$$11{,}937 + 4{,}6 = 16{,}537$$

	1	1	,	9	3	7
+		4	,	6	0	0
		1				
	1	6	,	5	3	7

$$4{,}58 - 3{,}917 = 4{,}580 - 3{,}917 = 0{,}663$$

Periodische Dezimalbrüche müssen in Brüche umgewandelt werden.

$$0{,}\overline{2} - 0{,}25 = \frac{2}{9} - \frac{1}{4} = \frac{8}{36} - \frac{9}{36} = -\frac{1}{36}$$

A6: $24{,}51 - 19{,}395$

A7: $0{,}4 + 0{,}\overline{3}$

Erklärvideo:
Zum Aufrufen des Videos entweder auf den folgenden Link klicken oder den nebenstehenden QR-Code einscannen.
https://youtu.be/2Ov0KFT36tw

L1: $\frac{3}{7} + \frac{5}{21} = \frac{9}{21} + \frac{5}{21} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$

L2: $\frac{5}{6} - \frac{8}{15} = \frac{25}{30} - \frac{16}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$

L3: $\frac{2}{7} + \frac{4}{3} - \frac{6}{7} = \frac{2}{7} - \frac{6}{7} + \frac{4}{3} = -\frac{4}{7} + \frac{4}{3} = -\frac{12}{21} + \frac{28}{21} = \frac{16}{21}$

L4: $3\frac{4}{5} - 2\frac{1}{5} = \frac{19}{5} - \frac{11}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

L5: $6\frac{8}{11} - 4\frac{10}{11} = 5\frac{19}{11} - 4\frac{10}{11} = 1 + \frac{9}{11} = 1\frac{9}{11}$

L6: 5,115

L7: $0{,}4 + 0{,}\overline{3} = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$

Multiplikation zweier Brüche $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$

Man multipliziert Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Wenn möglich, wird vor dem Multiplizieren gekürzt. Gemischte Zahlen werden vorher in unechte Brüche umgewandelt.

Es gilt das Kommutativgesetz: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$

$\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 5} = \frac{6}{35}$

$1\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{14 \cdot 3}{9 \cdot 2} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$

A1: $\frac{11}{16} \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)$

A2: $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$

A3: $\frac{3}{8} \cdot 4$

L1: $-\frac{11 \cdot 8}{16 \cdot 3} = -\frac{11}{2 \cdot 3} = -1\frac{5}{6}$

L2: $\left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = +\frac{5 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{25}{9}$

L3: $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{1} = \frac{3}{2}$

Division eines Bruchs $\frac{a}{b}$ durch einen Bruch $\frac{c}{d}$:

Man multipliziert den Dividenden mit dem Kehrbruch des Divisors:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Wenn möglich, wird vor der Division gekürzt. Gemischte Zahlen werden vorher in unechte Brüche umgewandelt.

Das Kommutativgesetz gilt nicht.

$\frac{2}{7} : \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 6}{7 \cdot 5} = \frac{12}{35}$

$\frac{2}{7} : 3 = \frac{2}{7 \cdot 3} = \frac{2}{21}$

$2\frac{1}{6} : 1\frac{2}{3} = \frac{13}{6} : \frac{5}{3} = \frac{13 \cdot 3}{6 \cdot 5} = \frac{13}{10} = 1\frac{3}{10}$

A1: $2\frac{2}{3} : \frac{4}{6}$

A2: $\frac{10}{13} : \frac{25}{39}$

A3: $\frac{10}{13} : 5$

L1: $\frac{8 \cdot 6}{3 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 1} = 4$

L2: $\frac{10 \cdot 39}{13 \cdot 25} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

L3: $\frac{10}{13 \cdot 5} = \frac{2}{13}$

Zehnerpotenzen

Jede Stufenzahl kann als Zehnerpotenz mit positivem Exponenten geschrieben werden. Der Exponent zeigt die Anzahl der Nullen der Stufenzahl an: 100 = 10^2

Sehr kleine Dezimalbrüche können als Zehnerpotenz mit negativem Exponenten geschrieben werden. Die Grundzahl ist stets 10 und der Exponent eine negative Zahl, deren Betrag die Stellen hinter dem Komma angibt.

A: Wandle jeweils in die andere Schreibweise um: 10^6 100 000   0,001 10^{-6}

L: 1 000 000 10^5 10^{-3} 0,000001

0,00001 = 10^{-5}

Potenzen mit negativen ganzzahligen Exponenten

Der Exponent bei Potenzen kann auch negativ sein. Es gilt dann für rationale Zahlen q ($\neq 0$) und natürliche Zahlen n:

$$q^{-n} = \frac{1}{q^n}$$

Zusammenhang zwischen Potenzen gleicher Basis:

$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{125}$

$\left(\frac{3}{8}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{8}\right)^2} = \frac{1}{\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8}} = \frac{1}{\frac{9}{64}} = \frac{64}{9} = 7\frac{1}{9}$

$$\begin{tikzcd}
7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{7 \cdot 7} = \frac{1}{49} \arrow[r, bend left, "\cdot 7"] & 7^{-1} = \frac{1}{7^1} = \frac{1}{7} \arrow[r, bend left, "\cdot 7"] \arrow[l, bend left, ":7"] & 7^0 = 1 \arrow[r, bend left, "\cdot 7"] \arrow[l, bend left, ":7"] & 7^1 = 7 \arrow[r, bend left, "\cdot 7"] \arrow[l, bend left, ":7"] & 7^2 = 7 \cdot 7 = 49 \arrow[r, bend left, "\cdot 7"] \arrow[l, bend left, ":7"] & 7^3 = 343 \arrow[l, bend left, ":7"]
\end{tikzcd}$$

Multiplikation eines Dezimalbruchs mit einer Zehnerpotenz

Man rückt das Komma des Dezimalbruchs um so viele Stellen nach rechts, wie die Stufenzahl Nullen hat bzw. wie der Exponent der Zehnerpotenz lautet.

Ist der Exponent negativ, rückt das Komma nach links.

$7{,}234 \cdot 10^2 = 7{,}234 \cdot 100 = 723{,}4$

A1: $30{,}0689 \cdot 10^5$

$654{,}378 \cdot 10^{-3} = 0{,}654378$

A2: $1234{,}56 \cdot 10^{-2}$

L2: 12,3456

L1: 3 006 890

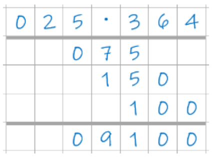
Multiplikation von Dezimalbrüchen

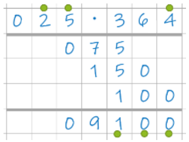
Zwei Dezimalbrüche werden multipliziert, indem man sie zunächst ohne Berücksichtigung des Kommas multipliziert und anschließend dem Ergebnis so viele Nachkommastellen gibt, wie beide Faktoren zusammen haben.

Endnullen hinter dem Komma können nach Kommasetzung gestrichen werden, ggf. werden Vornullen eingefügt.

Es soll $0{,}25 \cdot 3{,}64$ gerechnet werden.

Multiplikation ohne Berücksichtigung des Kommas:





Kommasetzung anhand der Anzahl der Nachkommastellen. Das Ergebnis hat 3 Nachkommastellen, also ist

$0{,}25 \cdot 3{,}64 = 9{,}100 = 9{,}1$ (Endnullen hinter dem Komma werden nach Kommasetzung gestrichen)

Division von Dezimalbrüchen

Zwei Dezimalbrüche werden dividiert, in dem man das Komma im Dividenden und Divisor so weit nach rechts verschiebt, bis der Divisor eine natürliche Zahl ist. (gleichsinnige Kommaverschiebung)

Anschließend wird „ganz normal“ dividiert.

Bei Überschreitung des Kommas im Dividenden wird das Komma dann im Ergebnis gesetzt.

$53{,}\underrightarrow{607} : 6{,}\underrightarrow{42} = 8{,}35$

Gleichsinnige Kommaverschiebung um 2 Stellen nach rechts

$$\begin{array}{l}
\quad 5360{,}7 : 642 = 8{,}35 \\
\underline{-5136} \\
\quad\; 2247 \\
\; \underline{-1926} \\
\quad\;\; 3210 \\
\quad \underline{-3210} \\
\qquad\quad 0
\end{array}$$

Komma setzen

Erklärvideo:
Zum Aufrufen des Videos entweder auf den folgenden Link klicken oder den nebenstehenden QR-Code einscannen.
https://youtu.be/bdTgC5ZcU9U

Rechnen mit rationalen Zahlen

Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division von rationalen Zahlen erfolgt wie bei ganzen Zahlen (vergleiche Grundwissen 5), kombiniert mit den Regeln für die Grundrechenarten bei Brüchen.

Die **Division durch eine Zahl** ist gleichbedeutend mit der Multiplikation ihres Kehrbruchs.

Durch Null darf nicht dividiert werden!

Bestimme die Lösung der Gleichung:

$3\frac{4}{5} : x = -2\frac{2}{15}$ über die Umkehraufgabe

$x = 3\frac{4}{5} : \left(-2\frac{2}{15}\right)$

$x = \frac{20}{5} : \left(-\frac{32}{15}\right) = -\frac{20}{5} \cdot \frac{15}{32} = -\frac{5}{1} \cdot \frac{3}{8} = -\frac{15}{8} = -1\frac{7}{8}$

A: Gib an, ob du mit Brüchen oder mit Dezimalbrüchen rechnest und berechne den Termwert.

a) $0{,}738 + 042 - \frac{3}{10}$

b) $0{,}4 - \frac{3}{5} + \frac{7}{15}$

L:

a) mit Dezimalbrüchen

$0{,}738 + 0{,}42 - \frac{3}{10}$

= 0,738+0,420-0,3

= 1,158-0,300

= 0,858

b) mit Brüchen

$0{,}4 - \frac{3}{5} + \frac{7}{15}$

$= \frac{2}{5} - \frac{3}{5} + \frac{7}{15}$

$= \left(-\frac{1}{5}\right) + \frac{7}{15}$

$= \frac{4}{15}$

$0{,}4 - 0{,}\overline{6}$

$= \frac{4}{10} - \frac{6}{9}$

$= \frac{2}{5} - \frac{2}{3}$

$= \frac{6}{15} - \frac{10}{15}$

$= -\frac{4}{15}$

bei Perioden müsse Brüche verwendet werden

Rechengesetze und Rechenregeln

Die Rechengesetze (Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz) und Rechenregeln (Klammer vor Potenz, Potenz vor Punkt, Punkt vor Strich), die du im letzten Jahr für ganze Zahlen kennengelernt hast, gelten auch für rationale Zahlen.

Erklärvideo:
Zum Aufrufen des Videos entweder auf den folgenden Link klicken oder den nebenstehenden QR-Code einscannen.
https://youtu.be/PQdW8WapaxY

A1: Berechne!

$\frac{2}{3} : \left[5^{-1} - 3 \cdot \left(-\frac{2}{15}\right)\right]$

A2: Gliedere den Term!

$\left(2{,}7 + \frac{1}{3}\right) \cdot 4 - 3\frac{3}{8} : (2{,}4)^3$

Wiederholung:

Kommutativgesetz (KG)

- Der Addition: für $a, b \in \mathbb{Q}$ gilt: $a + b = b + a$
- Der Multiplikation: für $a, b \in \mathbb{Q}$ gilt: $a \cdot b = b \cdot a$

Assoziativgesetz (AG)

- Der Addition: für $a, b, c \in \mathbb{Q}$ gilt: $a + (b + c) = (a + b) + c$
- Der Multiplikation: für $a, b, c \in \mathbb{Q}$ gilt: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Achtung:

Das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz gelten NICHT für die Division!

Distributivgesetz (DG)

Für $a, b, c \in \mathbb{Q}$ gilt:

$$(a \pm b) \cdot c \underset{\xleftarrow{\text{Ausklammern, Faktorisieren}}}{\overset{\xrightarrow{\text{Ausmultiplizieren}}}{=}} a \cdot c \pm b \cdot c$$

Für $a, b, c \in \mathbb{Q}$ mit $c \neq 0$ gilt: $(a \pm b) : c = a : c \pm b : c$

Durch Anwendung der Rechengesetze können Rechenvorteile entstehen!

L1:

$$\frac{2}{3} : \left[\frac{1}{5} - 3 \cdot \left(-\frac{2}{15}\right)\right]$$

$$= \frac{2}{3} : \left[\frac{1}{5} - \left(-\frac{6}{15}\right)\right]$$ zuerst Potenzen

$$= \frac{2}{3} : \left[\frac{1}{5} + \frac{6}{15}\right]$$ zuerst in der Klammer
Punkt vor Strich

$$= \frac{2}{3} : \left[\frac{3}{15} + \frac{6}{15}\right]$$

$$= \frac{2}{3} : \frac{9}{15} = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{9}$$

$$= \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 9} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$$

L2:

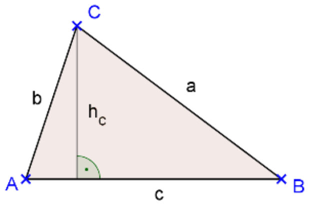
$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\left(2{,}7 + \frac{1}{3}\right)}_{\text{Summe}} \cdot 4}_{\text{Produkt}} - \underbrace{3\frac{3}{8} : \underbrace{(2{,}4)^3}_{\text{Potenz}}}_{\text{Quotient}}}_{\text{Differenz}}$$

Flächeninhalt des Dreiecks

Den Flächeninhalt eines Dreiecks berechnet man, indem man die Länge einer Seite mit der zugehörigen Höhe multipliziert und das Ergebnis halbiert.

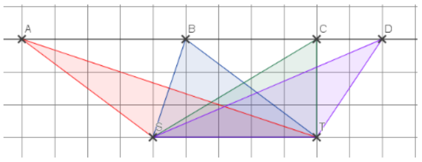
$$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

hier: $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$



Tipp: Hat ein Dreieck einen rechten Winkel, so wähle immer die beiden Seiten, die an den rechten Winkel anschließen als Grundlinie und als Höhe.

A: Begründe, warum alle vier Dreiecke den gleichen Flächeninhalthaben. Bestimme anschließend den Flächeninhalt ohne Messen. Ein Kästchen hat die Kantenlänge 1cm.

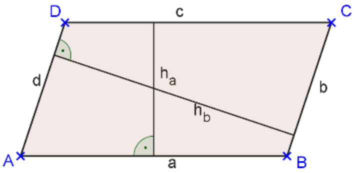


L: Sie haben die gleiche Grundlinie (und damit die gleiche Grundlinienlänge) und die gleiche Höhe

$A = \frac{1}{2} \cdot 5cm \cdot 3cm = 7{,}5cm$

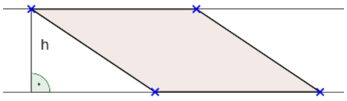
Flächeninhalt des Parallelogramms

Den Flächeninhalt eines Parallelogramms berechnet man, indem man die Länge einer Grundseite mit der zugehörigen Höhe multipliziert.



$$A_{Parallelogramm} = g \cdot h$$

Vorsicht: Die Höhe kann auch außerhalb des Parallelogramms liegen.

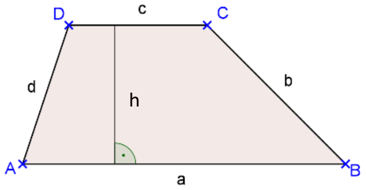


A: Ein Parallelogramm hat den Flächeninhalt $60cm^2$. Bestimme die Höhe des Parallelogramms, wenn die zugehörige Grundlinie 8cm lang ist.

L: $h = 60cm^2 : 8cm = 7{,}5cm$

Flächeninhalt des Trapezes

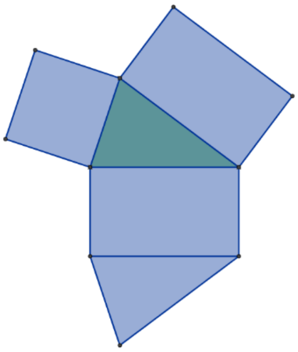
Den Flächeninhalt eines Trapezes erhält man, indem man die Summe der Längen der beiden parallelen Seiten mit der Höhe multipliziert und das Ergebnis halbiert.

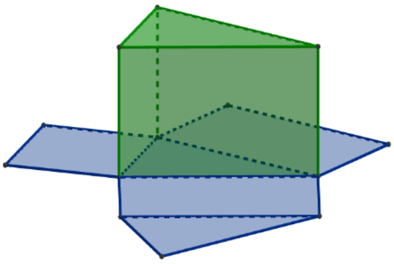


$$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$$

Netz und Oberflächeninhalt

Alle Flächen, die einen Körper begrenzen, bilden zusammen die Oberfläche des Körpers.



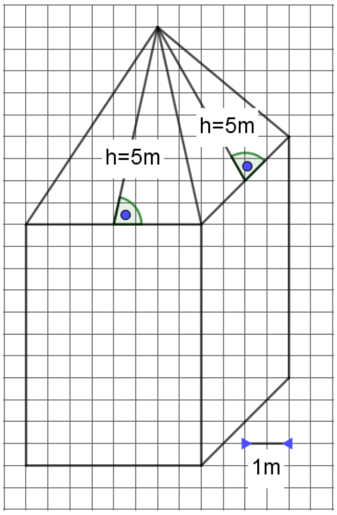


Hilfsdarstellung: Die Figur ist durch die Perspektive leicht verzerrt.

Wird die Oberfläche eines Körpers, entlang geeigneter Kanten aufgeschnitten und in der Zeichenebene ausgebreitet, erhält man das Netz des Körpers.

Der Oberflächeninhalt eines Körpers, ist gleich dem Flächeninhalt seines Netzes.

Vorgehensweise beim Berechnen des Oberflächeninhalts eines Körpers:

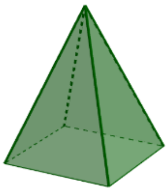
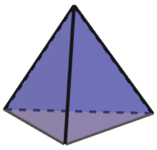
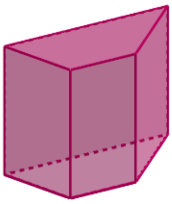


Überlege erst, aus welchen Figuren sich der Körper zusammensetzt: Hier benötigen wir 4 Mal die gleiche Dreiecksfläche, ein großes Rechteck, welches sich aus den vier Rechtecken an den Seiten zusammensetzt und das Quadrat, auf dem der Kirchturm steht.

L:

$$O = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4m \cdot 5m + 4 \cdot 4m \cdot 5m + 4m \cdot 4m = 144m^2$$

Prismen und Pyramiden

Pyramide		**Prisma**
		
Eine Pyramide hat als Grundfläche ein Vieleck und als Seitenflächen Dreiecke.	Eine dreiseitige Pyramide, bei der alle Kanten gleich lang sind nennt man Tetraeder.	Ein gerades Prisma hat als Grund- und als Deckfläche zwei deckungsgleiche und parallele Vielecke. Die Seitenflächen sind Rechtecke.

Volumen und Volumeneinheiten

Das Volumen gibt an, welchen Raum ein Körper einnimmt.

Zur Volumenmessung verwendet man Würfel mit den Kantenlängen 1mm, 1cm, 1dm und 1m, so genannte Einheitswürfel mit Volumen 1mm³, 1cm³, 1dm³ und 1m³.

Oft wird das Volumen auch in den Einheiten ml, l und hl angegeben. Es gilt: 1l = 1dm³, 1ml = 1cm³ und 1hl = 100l

$$\begin{tikzcd} m^3 \arrow[r, bend left, "\cdot 1000"] & dm^3\,(l) \arrow[l, bend left, ":1000"] \arrow[r, bend left, "\cdot 1000"] & cm^3\,(ml) \arrow[l, bend left, ":1000"] \arrow[r, bend left, "\cdot 1000"] & mm^3 \arrow[l, bend left, ":1000"] \end{tikzcd}$$

<u>Wiederholung</u>

Umrechnung von Längeneinheiten

$$\begin{tikzcd} km \arrow[r, bend left, "\cdot 1000"] & m \arrow[l, bend left, ":1000"] \arrow[r, bend left, "\cdot 10"] & dm \arrow[l, bend left, ":10"] \arrow[r, bend left, "\cdot 10"] & cm \arrow[l, bend left, ":10"] \arrow[r, bend left, "\cdot 10"] & mm \arrow[l, bend left, ":10"] \end{tikzcd}$$

Umrechnung von Flächeneinheiten

$$\begin{tikzcd} km^2 \arrow[r, bend left, "\cdot 1000000"] & m^2 \arrow[l, bend left, ":1000000"] \arrow[r, bend left, "\cdot 100"] & dm^2 \arrow[l, bend left, ":100"] \arrow[r, bend left, "\cdot 100"] & cm^2 \arrow[l, bend left, ":100"] \arrow[r, bend left, "\cdot 100"] & mm^2 \arrow[l, bend left, ":100"] \end{tikzcd}$$

A: Rechne in die in Klammern angegebene Einheit um.

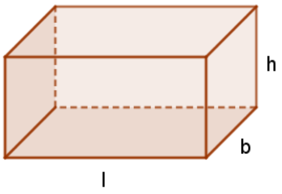
a) 134,5dm³ (m³) b) 0,075l (ml)

c) 0,12dm³ (cm³) d) 735cm³ (l)

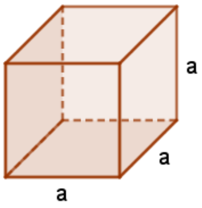
L: a) 0,1345m³ b) 75ml c) 120cm³ d) 0,735l

Volumen eines Quaders

Das Volumen eines Quaders berechnet man, indem man die Grundfläche mit der Höhe multipliziert. Da die Grundfläche eines Quaders ein Rechteck ist, ist ihr Flächeninhalt das Produkt aus Länge und Breite.



$V_{Quader} = G \cdot h = l \cdot b \cdot h$



$V_{Würfel}$ = a · a · a = a³

A1: Berechne das Volumen eines Quaders mit den Seitenlängen l = 5dm, b = 35cm und h = 40mm. (Achtung: Rechne zuerst alle Längenangaben in dieselbe Einheit um!)

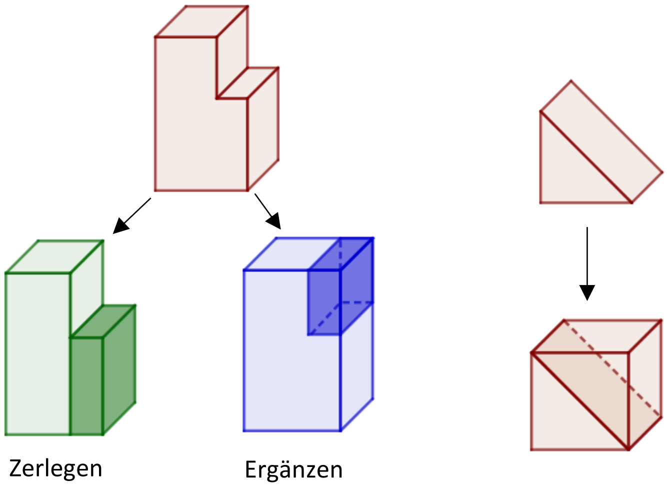
A2: Wie verändert sich das Volumen eines Quaders, wenn man die Höhe verdoppelt? Wie verändert sich das Volumen eines Würfels, wenn man die Seitenlänge verdoppelt?

L1: V = 50cm · 35cm · 4cm = 7000cm³ = 7dm³

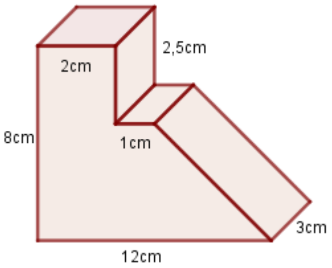
L2: Das Volumen des Quaders verdoppelt sich. Das Volumen des Würfels verachtfacht sich.

Volumen zusammengesetzter Körper

Das Volumen eines Körpers kann man berechnen, indem man den Körper
- in einzelne Quader zerlegt.
- durch das Hinzufügen von Quadern zu einem Quader ergänzt.
- so zerlegt oder ergänzt, dass ein Quader entsteht.



A: Berechne das Volumen des abgebildeten Körpers.



L: $V = 2cm \cdot 3cm \cdot 8cm$ + 1cm · 3cm · $(8cm -$ 2,5cm) $+ \frac{1}{2} \cdot (12cm - 1cm - 2cm) \cdot 3cm \cdot (8cm - 2{,}5cm) =$ 48 cm³ + 16,5 cm³ + 74,25 cm³ = 138,75 cm³

Prozentangaben

Anteile können mithilfe von Brüchen oder von Prozenten angegeben werden.

Es gilt: $1\% = \frac{1}{100}$.

Prozente sind meist dann geschickter, wenn es darum geht, Anteile zu vergleichen.

Umwandlung von Anteilen in Prozent

1) Erweitere oder kürze den Bruch so, dass im Nenner 100 steht.
2) Dividiere den Zähler durch den Nenner und wandle den Dezimalbruch durch Kommaverschiebung um zwei Stellen nach rechts in Prozent um.

6 von 30 Kindern tragen eine Brille:

Anteil der Brillenträger: $\frac{6}{30} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$

A: In der Klasse 7a beträgt der Anteil der Jungen $\frac{12}{25}$, in der Klasse 7b dagegen $\frac{13}{27}$. In welcher Klasse ist der Anteil größer?

L:

Klasse 7a: $\frac{12}{25} = \frac{12 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{48}{100} = 48\%$

Klasse 7b: 13:27 = 0,481481… ≈ 48,14%

Der Jungenanteil ist in der Klasse 7b etwas größer als in der Klasse 7a.

Häufig vorkommende Prozentangaben, die du auswendig können solltest:

Bruch	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$
Dezimalzahl	0,25	0,5	0,75	1	0,2	0,1	0,05	0,125	$0,\overline{3}$
Prozent	25%	50%	75%	100%	20%	10%	5%	12,5%	$33,\overline{3}\%$

1 Promille bezeichnet den Anteil ein Tausendstel.

Es gilt: $1\,‰ = \frac{1}{1000} = 0{,}001$

A: Schreibe 9‰ als Bruch und als Dezimalzahl.

L: $9‰ = \frac{9}{1000} = 0{,}009$

Prozentrechnung

Prozentangaben beziehen sich meist auf Größen oder Zahlen. Der in % angegebene Anteil heißt Prozentsatz (PS).

Die Bezugsgröße nennt man Grundwert (GW).

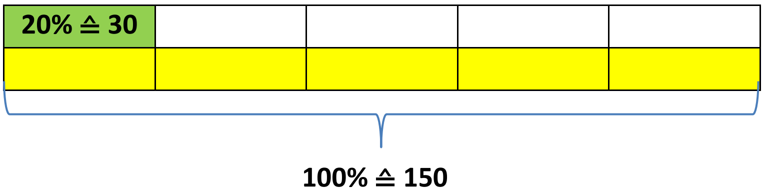
Der Anteil des Grundwerts wird als Prozentwert (PW) bezeichnet.

Grundgleichung der Prozentrechnung:

$$PS \cdot GW = PW$$

In Worten heißt sie „Prozentsatz vom Grundwert ist Prozentwert“. Hat man zwei der drei Werte gegeben, lässt sich der fehlende stets berechnen. (Dreisatz oder Umkehraufgabe)

Oft hilft auch eine Zeichnung:



Achtung:

Bei der Berechnung von Prozentwerten und Prozentsätzen ist es entscheidend, auf welchen Grundwert sich die Angaben beziehen.

Prozentwert gesucht
Wie viel sind 40% (PS) von 2000€ (GW)?

1. Möglichkeit:
   PW = PS ·GW
   = 40% ·2000€ = 0,4·2000€ = 800€
2. Möglichkeit:
   Dreisatz: 100% ≙ 2000€
   1% ≙ 20€
   40% ≙ 800€

Prozentsatz gesucht
18 (PW) von 30 (GW) Kindern besitzen ein Haustier.

1. $\frac{18}{30} = \frac{3}{5} = 60\%$
2. 30 ≙ 100%
   $1 \triangleq \frac{100}{30}\%$
   $18 \triangleq 18 \cdot \frac{100}{30}\% = 60\%$

Grundwert gesucht
20% aller Kinder der 7. Jahrgangsstufe kommen mit dem Fahrrad zur Schule und das sind 30 Kinder. Berechne wie viele Kinder insgesamt in dieser Jahrgangsstufe sind.

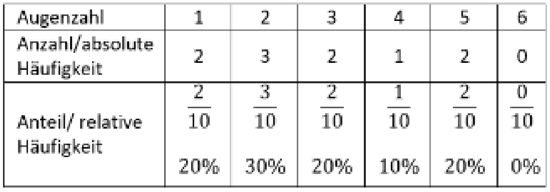
1. $20\% \cdot x = 30$
   $x = 30 : 20\% = 30 : 0{,}2 = 150\ Kinder$
2. 20% ≙ 30 Kinder
   100% ≙ 150 Kinder

Ein Auto kostet ursprünglich 10000€ (GW) und wird zunächst um 20% (PS) teurer. Nun kostet es: 12000€. Anschließend wird es um 20% (PS) reduziert. Bei der Reduzierung bezieht sich der PS aber auf den höheren Preis von 12000€.
Es kostet danach weniger als 10000€, nämlich 9600€!

Absolute und relative Häufigkeiten

Die absolute Häufigkeit beschreibt eine Anzahl. Sie ist also eine natürliche Zahl oder Null. Die relative Häufigkeit ist der Anteil der absoluten Häufigkeit an der Gesamtzahl.

Sophie würfelt mit einem Spielwürfel insgesamt 10-mal.



Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Anzahl/absolute Häufigkeit	2	3	2	1	2	0
Anteil/ relative Häufigkeit	$\frac{2}{10}$ 20%	$\frac{3}{10}$ 30%	$\frac{2}{10}$ 20%	$\frac{1}{10}$ 10%	$\frac{2}{10}$ 20%	$\frac{0}{10}$ 0%

Daten und Diagramme

Diagramme dienen zur Veranschaulichung von Anteilen, insbesondere auch von relativen Häufigkeiten.

a) Kreisdiagramm

Das Kreisdiagramm besteht aus mehreren Sektoren mit jeweils einem Mittelpunktswinkel, der die Größe des Sektors und damit die Größe des Anteils beschreibt.

$$360° \triangleq 100\%$$
$$3{,}6° \triangleq 1\%$$

b) Streifendiagramm

Die Gesamtlänge des Streifens entspricht 100%. Wähle z.B. als Länge 10*cm* = 100*mm*. Dann gilt:

$$100mm \triangleq 100\%$$
$$35mm \triangleq 35\%$$

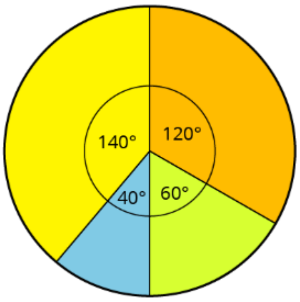
Die Länge der jeweiligen Abschnitte entspricht dem jeweiligen Anteil.

c) Säulendiagramm und Balkendiagramm

Die Höhe der Säulen bzw. die Länge der Balken entspricht dem jeweiligen Anteil.

$$40\% \triangleq 40 \cdot 3{,}6° = 144°$$

A: Bestimme die jeweiligen Anteile als Bruch und in Prozent:

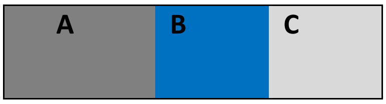


L:

$\frac{120°}{360°} = \frac{1}{3} = 33,\overline{3}\%$ $\frac{60°}{360°} = \frac{1}{6} = 16,\overline{6}\%$

$\frac{40°}{360°} = \frac{1}{9} = 0,\overline{1} = 11,\overline{1}\%$ $\frac{140°}{360°} = \frac{7}{18} = 0{,}3\overline{8} = 38,\overline{8}\%$

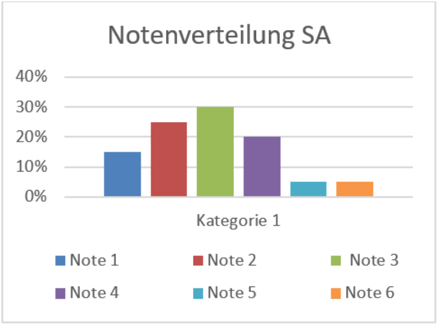
A: Bestimme die Anteile aus dem Streifendiagramm in Prozent:

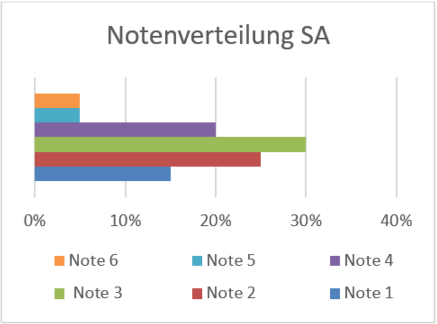


Die Gesamtlänge des Streifens beträgt 5cm.

L:

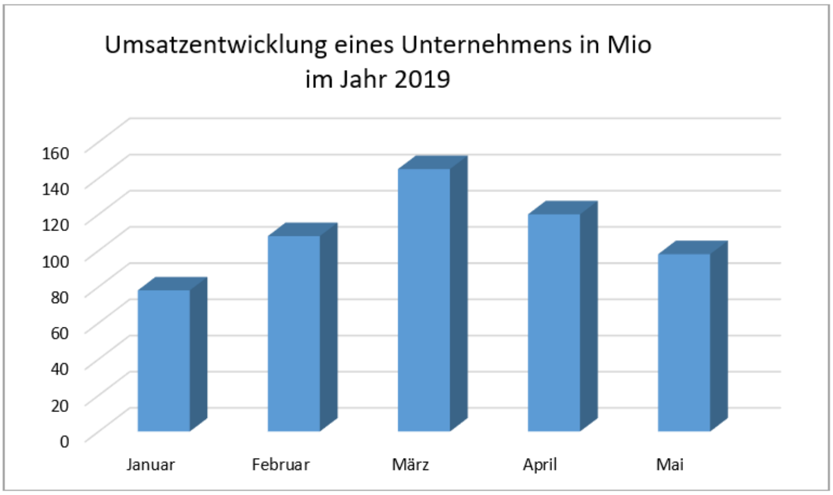
A: $\frac{2cm}{5cm} = 40\%$ B: $\frac{1{,}5cm}{5cm} = 30\%$ C: $\frac{1{,}5cm}{5cm} = 30\%$



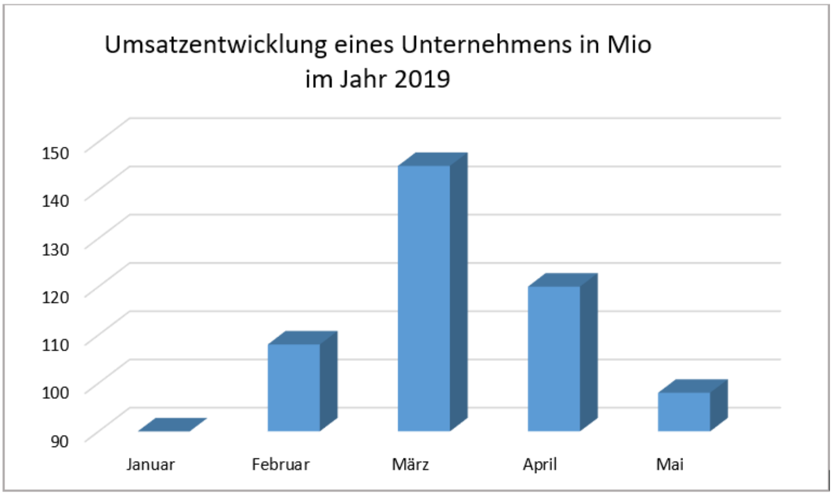


Prozentdarstellungen beurteilen

Bei der Darstellung von Prozenten werden oft Diagramme verwendet. Dabei sollte man aber darauf achten, welche Wirkung mit dem Diagramm erzielt werden soll.

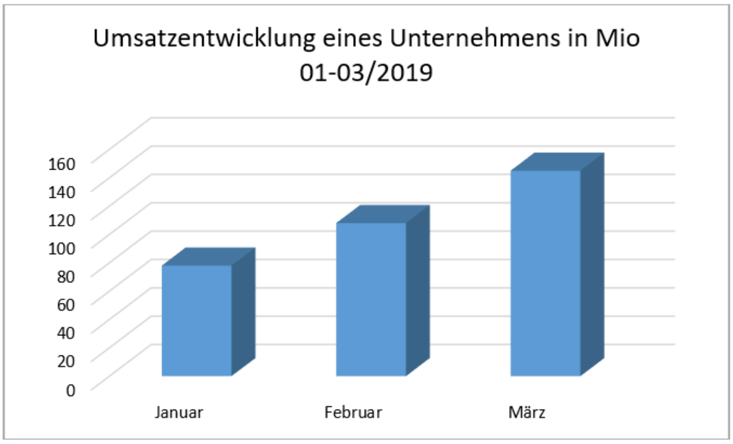


Es ergibt sich oft ein deutlich anderes (ggf. verfälschtes) Bild, wenn die Hochwertachse nicht bei 0 beginnt…



Eindruck: Kein Umsatz im Januar, dafür ein deutlicher Zuwachs bis März und etwa Halbierung des Umsatzes von März auf April.

… oder nur Teile der Datenreihe dargestellt werden.



Eindruck: Der Umsatz steigt gleichmäßig.

Arithmetisches Mittel

Arithmetisches Mittel $\bar{x} = \frac{Summe\ der\ einzelnen\ Werte}{Anzahl\ aller\ Werte}$

Im Alltag sagt man auch Durchschnitt oder Durchschnittswert bzw. Mittel oder Mittelwert.

Nach der Korrektur einer Schulaufgabe berechnet deine Lehrerin den Notendurchschnitt. Dabei werden die Noten aller Schüler addiert und durch die Anzahl der Schüler dividiert:

$$\bar{x} = \frac{2\cdot(Note)1+5\cdot(Note)2+8\cdot3+7\cdot4+2\cdot5+0\cdot6}{24} \approx 3{,}08$$

A: Die Tabelle gibt die Körpergröße von Schülern an. Bestimme das arithmetische Mittel der Körpergrößen.

Name	Größe in cm
Paul	135
Clara	128
Sophie	142
Marc	153
Tobias	138
Mareike	144

L:

$$\underline{x} = \frac{(135+128+142+153+138+144)cm}{6} = 140cm$$